

## **Змістовий модуль 1. Методологічні основи використання математики у психології.**

### **Тема 1. Історична логіка розвитку математичного апарату психології.**

#### **Предмет і завдання курсу «Математичні методи в психології». Етапи математизації психологічної науки. (2 год.)**

##### **План заняття:**

1. Математика і психологія. Історична логіка розвитку математичного апарату психології.
2. Предмет і завдання курсу «Математичні методи в психології». Особливості застосування математичної статистики та математичних методів у психології.
3. Методологічні основи використання математики у психології. Етапи математизації психології.
4. Класифікація математичних моделей (С. Паповян). Математичні моделі вимірювання. Математичні моделі структур і процесів. Теоретичні і емпіричні математичні моделі.
5. Математичні методи у системі методів психології.

**Провідні поняття теми:** математика, психологія, методологія, метод, модель, математичний апарат, математична статистика, математичні методи в психології, етапи математизації психології, опис, пояснення, передбачення (прогнозування).

##### **Рекомендована література:**

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичной обработки данных / Айвазян С.А., Енюков И.С, Мешалкин Л.Д. – М., 1983. – 471 с.

2. Атраментова Л.О. Біометрія. Ч. I. Характеристики розподілів: Підручник / Атраментова Л.О., Утєвська О.М. – Х.: „Ранок”, 2007. – 176 с.
3. Горкавий В.К. Математична статистика: Навчальний посібник / Горкавий В.К., Ярова В.В. – К., 2004. – 384 с.
4. Гласс Дж., Стенли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. – М.: «Прогресс», 1976. – 495 с.
5. Єрмолаєв О.Ю. Математическая статистика для психологов. – М., 2002.
6. Климчук В.О. Математичні методи в психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. – К.: Освіта України, 2009. – 288 с.
7. Лакин Г.Ф. Биометрия. Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1973. – 284 с.
8. Руденко В.М., Руденко Н.М. Математичні методи в психології: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. – Рівне: видавець Олег Зень, 2008. – 496 с.
9. Сосновский Б.А. Лабораторный практикум по общей психологии. – М.: Просвещение, 1979. – 156 с.
10. Теорія статистики: Навчальний посібник / Вашків П.Г., Пастер П.І., Сторожук В.П., Ткач Є.І. – К.: Либідь, 2001.
11. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>

### **Зміст лекційного заняття:**

Існують усталені твердження про поділ усіх наук на дві великі групи – природничі та гуманітарні. Узвичаїлась також думка про те, що одні люди легко сприймають природничі науки, а інші схильні до гуманітарних наук. Хоча відомо багато прикладів щодо історичних постатей, які спростовують ці твердження й думки.

На думку багатьох авторів, з природничих наук «найприродничішою» є математика, а з гуманітарних «найгуманітарнішою» – філософія. Видається, ніби філософ не може цікавитись математикою, а математик – філософією. Проте й математик, і філософ помітять з-поміж попередників одні й ті самі прізвища: Рене Декарт, Готфрід Лейбніц, Ісаак Ньютон, Блез Паскаль та ін. Відомо й багато інших вчених, чії «природничі» та «гуманітарні» здібності

гармонійно поєднувалися. Поетами були математик П'єр Ферма і хімік Михайло Ломоносов, художником – математик та інженер Леонардо да Вінчі, письменником – математик Льюїс Керролл. Визнаний «король» математики Карл Гаус знав усі класичні європейські мови. До 19 років він вагався, чому присвятити життя – філології чи математиці.

Чому ж все таки загальноприйнято протиставляти природничі й гуманітарні науки? Доводиться визнати, що існує кілька причин. Переважна їх більшість криється в минулому. Річ у тім, що до ХІХ ст. включно математика, фізика, хімія та інші природничі науки, з одного боку, і філософія, соціально-політичні, соціально-економічні та інші гуманітарні науки – з іншого, розвивалися здебільшого окремо. Лише іноді гуманітарні науки брали «на озброєння» окремі популярні «природничі» відкриття.

Проте у ХХ ст. ситуація кардинально змінилася. Природничі науки, насамперед математика, почали масований наступ на гуманітарні. Першою «постраждала» економіка. До середини минулого століття в економіці виокремилася кілька дисциплін, які інтенсивно й ефективно почали застосовувати математичні методи. Наступною «жертвою» стали соціологія і психологія. У повоєнні роки в ці науки було привнесено низку математичних методів, які вже застосовувалися в економічних науках.

Відомо багато вчених, які привнесли математичні методи в соціально-економічні науки, і зокрема в психологію. Серед них є й лауреати Нобелівської премії, зокрема Рагнар Фріш, Пол Самюельсон, Джон Хікс, Кеннет Ерроу, Леонід Канторович, Бертін Фрідмен, Тьяллінг Купманс, Бертін Олін, Герберт Саймон, Джерард Дебре, Амартія Сен.

У сучасних «гуманітарних» науках математика використовується доволі ефективно. Існують навіть «математико-гуманітарні» дисципліни. Зокрема, в економіці – економетрія, дослідження операцій, мікроекономіка, фінансовий аналіз, актуарна математика, теорія прийняття рішень, теорія ігор, у соціології – кількісні методи соціологічних досліджень, математичні моделі соціальних процесів, теорія соціального вибору, у мовних науках – математична лінгвістика, у психології – статистичні дослідження та ін.

Сучасна наука вже вийшла за межі, коли для повноцінної дослідницької діяльності вченому-гуманітарію достатньо було глибоко знати «власну» галузь. Нині він повинен знати комплекс методів з багатьох інших галузей, у тому числі й природничих. Зокрема, він має бути до певної міри математиком. А для цього необхідно ознайомитись з основними математичними методами, що використовуються в «його» науці. Допомогти цьому й покликаний даний курс.

Для дослідження поведінки людини використовують багато різних математичних методів. У переважній більшості сучасних практичних і наукових літературних джерел соціально-психологічного напрямку для аналізу досліджуваних проблем застосовують різні розділи математики, часом надто абстрактні. А такі розділи – математичну статистику і математичні методи – використовують найчастіше.

Інтенсивне застосування в соціально-психологічних науках методів математичної статистики пов'язано насамперед з природою поведінки людини. Поведінку людини неможливо описати достеменно точно, вона не детермінована. Людина не повною мірою передбачувана у вчинках як на індивідуальному, так і на глобальному суспільному рівні. Отже, кожна особа унікально індивідуальна. Не існує двох ідентичних людей. Тому, намагаючись описати найважливіші властивості, притаманні певній групі людей, необхідно знайти й виокремити такі їх характеристики, які найчастіше виявляються у групі. З огляду на це поведінку людини і суспільства зазвичай описують за допомогою ймовірнісних підходів.

Закономірності стохастичної природи виявляються в багатьох аспектах індивідуального та суспільного життя. А методи математико-статистичного аналізу забезпечують інструментами аналізу сукупностей даних, що мають ймовірнісну природу.

Розглянемо предмет і завдання, які вирішуються в рамках даного курсу. Курс **«Математичні методи в психології»** знайомить студентів, що навчаються за напрямом «Психологія» та ряду психологічних спеціальностей, з важливим етапом організації наукового-психологічного дослідження – всебічним статистичним аналізом зібраних експериментатором даних. Даний

курс передбачає теоретичне і практичне оволодіння статистичними процедурами обробки емпіричних даних і способами їх застосування з метою використання цих процедур студентами-психологами для вирішення статистичних завдань, які виникають спочатку в рамках виконання ними курсових і дипломних робіт, а потім і в ході проведення їх власних наукових та науково-практичних психологічних досліджень.

Можна виділити три основні галузі сучасної психології, де рівень математизації знань виявляється найбільш важливим.

Насамперед це стосується сфери *експериментальної* психології, що вже давно вийшла за межі простого накопичення і опису фактів спостереження, що добуваються як у природному, так і в лабораторному оточенні. Культура експериментального дослідження в сучасних умовах немислима без застосування процедур статистичного аналізу, серед яких можна виділити різні варіанти методів загальних лінійних моделей – дисперсійного, кореляційного і регресійного аналізу, а також різні варіанти багатовимірного представлення та аналізу даних, серед яких, мабуть, провідну роль відіграє розроблений спочатку саме для вирішення психологічних завдань факторний аналіз.

Іншою областю сучасної психології, що відрізняється значущим рівнем математизації знань, є сучасна *психометрика* – галузь психології, яка розробляє різні методичні процедури психологічних вимірювань. Тематичний діапазон цієї психологічної дисципліни простягається від вирішення завдань психофізичних досліджень до розробки процедур і засобів психологічної діагностики особистості.

Нарешті, відзначимо ще одну, відносно молоду, область психології – *математичну психологію*. Одна з найважливіших задач математичної психології – розробка математичних моделей індивідуальної та групової поведінки. Успіхи цього напрямку психології насамперед пов'язані з розвитком сучасної психології пізнання, відправним пунктом для якої прийнято розглядати методологічну реформу психології, здійснену в середині ХХ ст. Ця реформа отримала назву когнітивної революції. Саме з того часу в когнітивній психології почали активно застосовуватися досягнення теорії інформації та

математичної теорії прийняття рішення. Закономірним підсумком розвитку цього підходу стало формування *когнітивної науки*, що об'єднала методологію психології пізнання, когнітивної лінгвістики, нейронауки і штучного інтелекту. Досягнення сучасної когнітивної науки виявляються надзвичайно важливими для розробки систем пошуку та зберігання інформації, інтелектуальних систем прийняття рішення і експертного оцінювання.

Курс «**Математичні методи в психології**» традиційно розглядається як практичний додаток до курсу експериментальної психології. Метою курсу є підготовка студентів-психологів до використання на практиці математико-статистичних методів аналізу даних експериментальних, і не тільки, науково-психологічних досліджень.

У зв'язку з цим в якості основних завдань курсу традиційно виділяють завдання формування професійного психологічного підходу до використання математичних методів в практичній діяльності дослідника-психолога. Студенти, які вивчили курс математичних методів в психології, повинні навчитися правильно застосовувати формально-логічні схеми і методи ручної та автоматизованої обробки даних у вирішенні професійних психологічних завдань, використовувати прийоми наукової психологічної інтерпретації результатів обробки емпіричних даних.

Практично першим навчальним виданням для студентів психологічних вузів в практиці вітчизняної вищої освіти, що висвітлювали питання застосування математичних методів в науковому психологічному дослідженні, став підручник Г.В. Суходольського «*Основи математичної статистики для психологів*». Трохи пізніше була видана перекладена робота американських авторів Дж. Гласса і Дж. Стенлі «*Статистичні методи в педагогіці і психології*». У цих джерелах копітко й ретельно розглядалися базові прийоми статистичного аналізу експериментальних даних і способи їх подання та візуалізації на прикладі тих завдань, які найчастіше виникають у практиці психологічних і педагогічних досліджень. Протягом досить тривалого часу ці підручники залишалися чи не єдиними посібниками для кількох поколінь студентів-психологів у нашій країні, поступово, проте, стаючи все менш доступними.

Популяризація вищої психологічної освіти, що почалася в нашій країні близько чверті століття тому, і одночасно відбувалося бурхливе становлення і розвиток інформаційних технологій, які робили все більш доступними процедури автоматизованої обробки даних за допомогою сучасних обчислювальних засобів, зажадали нових підходів до викладання фундаментального курсу математичних методів в психології. У зв'язку з цим в останні півтора-два десятиліття було підготовлено ряд нових сучасних навчальних видань за курсом математичних методів в психології, що враховували різну готовність студентів до оволодіння цією дисципліною і відповідали реаліям сучасного наукового психологічного дослідження. Вони висвітлюють з тим або іншим ступенем деталізації найрізноманітніші аспекти та сучасні процедури статистичного аналізу даних в психології. У цих інструкціях поряд з добре відомими і широко поширеними методами параметричного аналізу даних стали розглядатися і відносно нові і ще мало поширені в психології непараметричні методи. Мабуть, найбільш відомими і розробленими є підручники по застосуванню математико-статистичних методів О.В. Сидоренко «Методы математической обработки в психологии», А.Д. Наслєдова «Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных», О.Ю. Єрмолаєва «Математическая статистика для психологов». Варто відзначити також підручники В.М. Руденко і Н.М. Руденко «Математичні методи в психології» і В.О. Климчука «Математичні методи у психології».

У результаті освоєння курсу «**Математичні методи в психології**» студент повинен **знати:**

- ознаки ситуацій, в яких доцільно використовувати той чи інший математичний метод обробки і представлення даних;
- основні структурні підстави, що визначають принципи організації і планування типових експериментальних моделей;
- сучасні методи та методики «ручної» та автоматизованої обробки даних науково-психологічного дослідження.

Також вивчення даного курсу забезпечить студента **вмінням:**

- самостійно висувати логічно обґрунтовані гіпотези, їх статистично перевіряти, а також коректно застосовувати адекватні математичні процедури;
- оцінювати з професійних позицій різні ситуації психологічної практики і підбирати адекватні математико-статистичні методи для обробки отриманих емпіричних даних;
- математично коректно інтерпретувати результати «ручної» та автоматизованої обробки і використовувати отримані дані для вирішення науково-дослідницьких психологічних завдань.

Насамкінець вивчення курсу стане фундаментом для **оволодіння:**

- навичками самостійної роботи з довідковою літературою з математичної статистики та математичних методів в психології;
- прийомами автоматичної обробки даних з використанням сучасних обчислювальних засобів.

Оснащеність наукового дослідження адекватними математичними методами, тобто рівень його *математизації*, свідчить про інноваційний характер певної наукової галузі у сучасних умовах.

На першому етапі математизації здійснюють кількісну обробку первинного емпіричного матеріалу. Основна його мета – узагальнення інформації для представлення її у компактному вигляді (емпіричних класифікацій, узагальнень, статистичних тенденцій, варіативностей, кореляцій та ін.). Їхній кількісний опис зумовлює подальше пояснення і прогноз у межах теоретичної схеми. На цьому етапі математичні методи виступають складовою емпіричного пізнання і не мають самостійного значення у розгортанні теоретичних систем.

Змістом другого етапу математизації є розробка та емпірична перевірка часткових математичних моделей, які пояснюють і прогнозують «поведінку» досліджуваного об'єкта в певних ситуаціях за певних умов. Ці моделі – формально-логічні системи, що забезпечують отримання дедуктивним шляхом наслідків, які важко або неможливо отримати без використання математики.

На третьому етапі створюють загальну математичну модель, яка повністю описує різні стани, у яких може перебувати досліджуваний об'єкт. Наприклад,



математична теорія навчання Естета (W. Estes), за допомогою якої можна отримати декілька різних моделей (одноелементну модель, лінійну модель і т. д.).

Етапи математизації відповідають трьом стадіям теоретизування науки: емпіричній, перехідній, теоретичній. На цих стадіях спостерігають якісні перетворення наукового знання: від спостережуваних даних до теоретичних конструктів; від емпіричних класифікацій до теоретичних типологій; від описових теорій і первинних концептуалізацій до пояснювальних і прогнозуючих теорій; від емпіричних законів до законів теоретичних.

Щодо цих стадій застосовують різні математичні методи. Емпіричній стадії науки відповідає перший етап математизації (аналіз даних, які отримані на основі первинного осмислення). Перехідну стадію теоретизування науки зіставляють з другим етапом математизації – розробленням «часткових» математичних моделей. Стадію розвиненої теоретичної науки – з третім етапом, тобто побудовою «загальних» математичних моделей.

Ці етапи математизації можна виявляти, аналізуючи існуючі типи застосування математики в сучасній психологічній науці. Так, з метою формалізації опису психологічних процесів людської поведінки Кларк Халл розробляв математичну теорію навчання. Курт Левін запроваджував векторно-топологічні поняття-аналоги відомих психологічних фактів. У «знаковій моделі» Джемса пов'язані самоповага індивіда з його успіхом і рівнями домагань. Особливістю цих математичних підходів є описове застосування математики як зручного засобу для виразу змістовних ідей без спроб застосування математичної дедукції з метою прогнозування поведінки.

Упровадженню математичних методів у психологію сприяли теорія ймовірностей і математична статистика, за допомогою яких розв'язують проблеми ймовірнісного аналізу особистісних рис, здібностей та поведінки. Прикладами є «Політична арифметика» В. Петті (середина XVII ст.), «Досвід моральної арифметики» Ж. Бюффона (кінець XVIII ст.), «Людина і розвиток її здібностей або досвід суспільної фізики» А. Кетле (середина XIX ст.) тощо.

Залучення цих методів стимулювала не внутрішня логіка розвитку наукових психологічних ідей, а суб'єктивне бажання математиків застосувати ймовірно-статистичні методи до гуманітарно-соціальних явищ на основі здорового глузду. Із ХХ ст. починають цілеспрямовано розробляти й ефективно використовувати статистичні методи для аналізу емпіричних даних (при вимірюванні, перевірці причинно-наслідкових гіпотез і т. д.).

*Математичні методи у фундаментальних та прикладних психологічних дослідженнях.* Усі наукові дослідження поділяють на фундаментальні й прикладні. Фундаментальні дослідження спрямовані на пізнання реальності без урахування безпосередньо практичного ефекту від застосування їх результатів. Прикладні дослідження проводять з метою отримання і використання нового знання для розв'язання завдань. Оскільки цілі і завдання фундаментальних і прикладних досліджень у психології відмінні, відрізняються і застосування математичних методів у двох типах досліджень.

На сучасному етапі розвитку психологічної науки для неї характерний високий рівень диференціації, внаслідок чого з'являються нові галузі психології. Наприклад, у межах психології спілкування, психології малих груп, психології особистості розробляють описові й пояснювальні теорії, досліджують специфічні й окремі механізми поведінки.

Разом з диференціацією відбувається процес інтеграції наук, тобто виникають нові прикладні дисципліни (наприклад, психологія праці, інженерна психологія, психологія прийняття рішень). Їх особливістю є дослідження результату певної людської діяльності. За цих умов основна мета зміщується з пояснення психологічних механізмів на прогнозування результатів психологічної ситуації.

Оскільки теорії виступають вищими формами наукового знання, відповідно їх класифікують на описові, пояснювальні, прогнозування, управління та планування. Проте в науці немає «чистих» типів теорій, тобто описові теорії можуть мати водночас статус пояснювальної і такої, що передбачає. Відповідно і математичні методи, і математичні моделі змістовних

теорій, спрямовані на пояснення деякого феномену, як правило, виконують прогнозування.

Адекватний прогноз можна здійснити без пояснювальної теорії або моделі. Прикладом статистичної моделі прогнозування є регресійний аналіз і канонічна кореляція, параметри яких перебувають від впливом неврахованих змінних. У кореляційних дослідженнях, що виявляють лише статистичні зв'язки, ставлять завдання спрогнозувати можливості вимірюваних психологічних характеристик індивіда або групи.

Застосовують математичні методи і у прикладній психології. Наприклад, професійний відбір здійснюють, вимірюючи деякі особистісні характеристики службовців із наступним розв'язанням відповідних регресійних рівнянь. Шляхом статистичного аналізу можна отримати значення таких критеріальних змінних, як виробнича задоволеність, ефективність тощо, проте механізм взаємозв'язку залежних і незалежних змінних не пояснено.

Розробляють фундаментальні теорії шляхом застосування математичних моделей, що досліджують об'єкти як відносно прості системи. Ефективне прогнозування реалізують або при використанні статистичних моделей типу моделей дискримінантного і регресійного аналізу, або методи імітаційного моделювання, які поєднують пояснювальні і прогностичні функції.

У прикладних дослідженнях застосування статистичних моделей прогнозу (регресійний, дискримінантний аналіз) комбінують з іншими методами багатомірного статистичного аналізу (факторним, компонентним, кластерним). Так, перед використанням багатомірного регресійного аналізу з метою прогнозування рекомендовано провести факторний аналіз, щоб зменшити кількість початкових змінних; виявити змінні, що корелюють і знижують точність прогнозу.

Методи багатомірного статистичного аналізу використовують у фундаментальних дослідженнях, вимірюючи латентні змінні на основі кореляції спостережуваних змінних. У прикладних дослідженнях застосування цих методів найчастіше пов'язане з розв'язанням задач класифікації об'єктів.

*Математичні методи в емпіричних і теоретичних психологічних дослідженнях.* У психології розрізняють емпіричні і теоретичні дослідження. Емпіричні дослідження проводять із самим об'єктом для перевірки правильності теоретичних побудов. Теоретичні дослідження пов'язані не із реальністю, а з її знаково-символічним або просторово-образним аналогом, тобто формулами, моделями, схемами. Проте не існує строгих критеріїв відмінності між емпіричними і теоретичними дослідженнями, їх розмежовують умовно. Як правило, більшість наукових досліджень має теоретико-емпіричний характер.

У будь-якому емпіричному (пов'язаному зі збором і аналізом даних) дослідженні послуговуються математичними методами. У теоретичних дослідженнях також використовують математичні засоби для з'єднання своїх структур (конструктів, гіпотез, типологій тощо) з емпіричними даними (результатами спостережень, вимірювань, експериментів тощо).

**Математичні методи – засоби створення математичних моделей, які описують і пояснюють функціонування певного психічного процесу.**

Існують три основні види математичного моделювання:

1. Аналітичне моделювання. Існує у вигляді алгебраїчних, інтегро-диференціальних, кінцево-різницевих та інших рівнянь або логічних умов. Розрізняють власне аналітичне моделювання у вигляді явних залежностей для шуканих характеристик; числове – як числові результати для окремих конкретних умов; якісне – деякі властивості цього розв'язання (його стійкість, значущість).

2. Імітаційне моделювання. Воно дає змогу за вихідними даними отримувати інформацію про стан процесу у визначені моменти часу або стан системи у цілому.

3. Комбіноване моделювання. Такий вид моделювання об'єднує переваги аналітичного та імітаційного моделювання.

Ці види можна класифікувати на стохастичні і детерміновані, статичні і динамічні, дискретні і безперервні.

Стохастичне моделювання відображає ймовірнісну природу процесів і явищ, особливо в соціально-психологічних дослідженнях. Цим моделям притаманні певні ймовірнісні характеристики (вірогідність, рівень значущості тощо). На відміну від стохастичного, детерміноване моделювання характеризується однозначністю, коли за певних вхідних умов на виході моделі існує конкретний (як правило, єдиний) результат. За допомогою статичного моделювання здійснюють опис поведінки об'єкта у певний фіксований момент часу. Динамічне моделювання уможливорює вивчення динаміки розвитку поведінки об'єкта протягом певного часу. Дискретне моделювання передбачає дослідження процесів і явищ, параметри яких можуть набувати лише дискретних значень. Зв'язок величин у будь-якому безперервному діапазоні значення здійснюють шляхом безперервного моделювання.

Математичні методи у психології також умовно поділяють на два основні класи відповідно до двох типів математичних моделей: моделей вимірювання і моделей структур та процесів (С. Паповян), які можуть належати як до теоретичних, так і до емпіричних структур.

*Теоретичні описові моделі* є формалізацією описової теорії. Їх аналіз може зумовлювати змістовні твердження на основі дедукції та ізоморфізму між теорією і відповідною математичною структурою. Прикладом теоретичної описової моделі є «теорія поля» Курта Левіна, у якій для опису поведінки індивідів і груп автор запровадив декілька векторно-топологічних понять («зв'язність», «енергія», «напруга», «валентність» і т.д.). Проте у математичних підрахунках Левін ігнорує форми, розмір, відстань та інші характеристики, лише описуючи, оскільки за їх допомогою не можливо пояснити або спрогнозувати поведінку.

На основі математичної дедукції побудовані пояснювальні гіпотетико-дедуктивні моделі, коли формулюють твердження про взаємозв'язок змінних. Внаслідок цього виникає математична гіпотеза, яка потребує емпіричної перевірки. Якщо перевірка дає позитивні результати, збільшується вірогідність істинності тих постулатів, на яких ґрунтується теорія.

Пояснювальні аксіоматичні моделі – перелік аксіом, яким повинні відповідати емпіричні дані. За допомогою них доводять теореми, що встановлюють існування й одиничність відповідних числових представлень. Якщо аксіоми задовольняються, то правильними вважають й усі подальші висновки (теореми).

Відмінність аксіоматичних моделей від гіпотетико-дедуктивних полягає в тому, що аксіоми перевіряють емпірично як початкові постулати (аксіоми), а гіпотези – як висновок з початкових постулатів (гіпотези). Обов'язковою умовою є процедура перевірки гіпотез.

*Емпіричні математичні моделі* характеризуються тим, що емпіричні дані слугують не стільки для перевірки гіпотез, скільки для розробки моделі. Після того як модель сформована і підтверджена її емпірична адекватність, вона може індуктивним шляхом сприяти висуненню теоретичних гіпотез.

Застосовуючи кількісні емпіричні узагальнення, описують деяку емпіричну закономірність, зв'язок між змінними. Закономірності такого типу мають винятково описовий характер і пояснюють феномен, який сприятиме виникненню гіпотез, що обґрунтовують емпіричні дані.

За допомогою прогнозуючих емпіричних моделей передбачають значення деякого зовнішнього критерію. На їх основі можуть розробляти пояснювальні моделі.

У практиці соціально-психологічних досліджень переважають індексні моделі вимірювання. До цього класу належать тести особистості, шкали рейтингу, факторний аналіз.

Для цілей прогнозу можуть бути використані *моделі статистичного аналізу* (регресійний, дисперсійний, коваріаційний, кореляційний, дискримінантний аналіз). Елементарним аналогом таких статистичних моделей, що описують зв'язки залежних і незалежних змінних, є процедури апроксимації емпіричних даних, інтерполяції та екстраполяції.

Із погляду рівня математизації і залучення математичного апарату у психологічних дослідженнях розрізняють такі теорії:

а) якісні, які побудовані без залучення математичного апарату (наприклад, концепція мотивації А. Маслоу);

б) формалізовані, у структурі яких використовують математичний апарат (теорія інтелекту Ж. Піаже, теорія особистісних конструктів Дж. Келлі);

в) формальні, що побудовані як повноцінні математичні теорії (моделі) (наприклад, стохастична теорія тесту Д. Раша IRT, що широко використовується у процесі психолого-педагогічного тестування).

Роль і місце математичних методів і відповідних моделей у процесі розробки і перевірки теорії, пояснення і прогнозу емпіричних даних можна проілюструвати таким чином. На методологічних принципах і (або) емпіричних узагальненнях (якісних і кількісних) стосовно досліджуваної реальності (феномену) сформульована теоретична концепція феномену (теорія), або спочатку формалізувати теорію, отримавши математичну модель, потім дедуктивним шляхом з неї сформулювати змістовну гіпотезу для її емпіричної перевірки; або на основі винятково (вербальних) логічних міркувань сформулювати змістовну гіпотезу.

У будь-якому разі для підтвердження чи спростування змістовної гіпотези необхідно здійснити перехід до статистичної гіпотези, тобто безпосереднього застосування математичних методів (статистичного оцінювання, перевірки статистичних гіпотез). Отже, існують дві основні функції використання математичних методів: і як інструменту розроблення та удосконалення змістовно сформульованих гіпотез, і як засобу подальшого їх підтвердження або спростування. Після процедури статистичних висновків гіпотеза може стати науковим знанням, яке володіє прогностичними функціями.

Перевірку експериментальної гіпотези про причинний зв'язок двох явищ проводять у такий спосіб. Експериментатор моделює передбачувану причину (вона виступає як експериментальна дія), а наслідок (зміну стану об'єкта) реєструє. Дія служить для зміни незалежної змінної, яка може бути безпосередньою причиною зміни залежної змінної. При цьому спостерігається кілька певних ознак причинно-наслідкового зв'язку явищ А і В:

1) розділеність причини і наслідку в часі і передування причини наслідку. Планування дослідження в психології впливає з методології природничих наук (закон Дж. Мілля);

2) наявність статистичного зв'язку між змінними. Повинна спостерігатися або лінійна кореляція (наприклад, між рівнем вербального інтелекту і шкільною успішністю), або нелінійна кореляція (наприклад, між рівнем активації і ступенем ефективності навчання (закон Єркса-Додсона));

3) причинно-наслідковий зв'язок є встановлений, якщо експериментальна процедура виключає інші можливості пояснення зв'язків А і В, а також якщо інші альтернативні причини виникнення явища В відсутні.

У теоретичному і емпіричному дослідженнях використання математичних методів – невід'ємна частина цих двох взаємодіючих між собою рівнів наукового пізнання і типів дослідження.

*Математичні методи у системі методів психології.* У типологіях методів психологічного дослідження місце математичних методів визначають по-різному. Так, С. Рубінштейн головними методами визнавав спостереження та експеримент. Математичні методи не виділяли окремо, оскільки вони входили до головних методів психології: експерименту (лабораторний, природний, фізіологічний, психолого-педагогічний); спостережень («зовнішнє» і «внутрішнє»); вивчення продуктів діяльності; методу анкет. Поетапну схему варіаційно-статистичної обробки емпіричного матеріалу запропонував К. Платонов. Він класифікував математичні методи за планом проведення експериментального дослідження.

За схемою К. Платонова обробка експериментального матеріалу включає три етапи: вибір міри і проведення вимірювань, графічна обробка та обчислення статистичних показників (тенденцій, мінливості, кореляцій, контингенції, асоціації), статистичне оцінювання і висновки.

У своїй класифікації Г. Пирьов математичні методи виокремлював як допоміжні серед основних методів: спостереження (безпосереднє й опосередковане); експеримент (лабораторний, природний); моделювання (фізичне, імітаційне, кібернетичне); психологічні характеристики; допоміжні



методи (математичні, графічні й ін.); спеціальні методичні підходи (генетичні, порівняльний).

Б. Ананьєв математичні методи зараховував також до окремої групи (способи обробки даних) у системі методів, яку поділяв на: організаційні – порівняльний, лонгітюдний, комплексний; емпіричні – обсерваційні методи (спостереження й самоспостереження), експеримент (лабораторний, польовий, природний), психодіагностичний метод, аналіз продуктів діяльності (праксіометричні методи), моделювання, біографічний метод; способи обробки даних – методи математико-статистичного аналізу даних і якісного опису; інтерпретаційні – генетичний (філо- й онтогенетичний), структурні методи (класифікація, типологізація й ін.).

В. Дружинін пов'язував математичні методи з основними групами методів у психології: емпіричні (експеримент, вимірювання, спостереження, бесіда, опитування), коли здійснюють реальну взаємодію суб'єкт і об'єкт дослідження, а результатом є дані, що фіксують стани об'єкта; теоретичні (дедуктивний, індуктивний, моделювання), коли суб'єкт взаємодіє з уявною моделлю об'єкта, результатом взаємодії є теорія, закон, індуктивна гіпотеза, закономірність, класифікація, модель об'єкта, процесу, стану; інтерпретація та опис, за яких суб'єкт «зовні» взаємодіє зі знаковим зображенням об'єкта (формулами, графіками, схемами тощо), внаслідок цього відбувається взаємодія теоретичних і експериментальних методів.

Специфіка використання математичних методів у психології визначається нелінійною природою її об'єктів, складністю структури та різноманітним причинно-наслідковим зв'язком. Певні психологічні властивості мають якісний характер, і нерідко їх вимірюють лише на рівні категоріальних шкал. Це зумовлює застосування таких складних і потужних методів сучасної математики, як багатомірне шкалювання, факторний і кластерний аналіз та ін. Особливістю об'єктів психології є значна мінливість, варіантність. Як правило, вони стохастичні за своєю природою, а їхній поведінці притаманна невизначеність, станам – випадковість. Психолог у своїй діяльності часто послуговується емпіричною інформацією і будує свої висновки за

невизначених умов. Математичні моделі процесів, що розробляють для великих груп (наприклад, у соціальній психології), відрізняються від моделей «індивідуальних процесів» або обмежених популяцій. Повторення емпіричних процедур з тим самим індивідом призводить до систематичних зсувів відгуків, що зумовлюють різні нерелевантні чинники (втома, научіння). Під час обґрунтування адекватного методу вимірювання можуть також виникати труднощі, пов'язані з невідповідністю між «неспостережуваними» (латентними) властивостями теоретичного об'єкта і «спостережуваними».

### **Тести для самоконтролю якості засвоєння навчального матеріалу:**

#### **1. Методологія – це:**

- A. система теоретичних узагальнень про реальність
- B. сукупність методів і методик
- C. сукупність прийомів дослідження, що застосовуються в науці
- D. сукупність прийомів та операцій теоретичного та практичного освоєння дійсності

#### **2. Метод у психології – це:**

- A. техніка наукового дослідження або пізнання психологічної реальності
- B. сукупність методик наукового дослідження або пізнання психологічної реальності
- C. спосіб наукового дослідження або пізнання психологічної реальності
- D. структурний елемент теорії

#### **3. Математичні методи – це:**

- A. спеціальні процедури підтвердження нульової гіпотези  $H_0$
- B. спеціальні процедури підтвердження альтернативної гіпотези  $H_1$
- C. спеціальні процедури перевірки статистичних гіпотез
- D. спеціальні процедури перевірки теоретичних гіпотез

#### **4. Статистика висновку спрямована на:**

- A. виявлення зв'язку між явищами у генеральній сукупності
- B. пошук причинно-наслідкового зв'язку у генеральній сукупності
- C. пошук форми і напрямку зв'язку у генеральній сукупності
- D. розкриття властивостей генеральної сукупності на основі вибіркового даних

#### **5. Розділом описової статистики є:**

- A. перевірка статистичних гіпотез
- B. статистика випадкової вибірки
- C. статистика висновку
- D. статистичне оцінювання

#### **6. Математичне моделювання у психології – це:**

- A. метод вивчення психологічних явищ за допомогою теоретичних моделей
- B. метод класифікації психологічних явищ за допомогою математичних прийомів

С. метод емпіричного дослідження психологічних явищ за допомогою їхніх реальних, фізичних або ідеальних, абстрагованих аналогів

Д. метод теоретичного дослідження психологічних явищ за допомогою їхніх реальних, фізичних або ідеальних, абстрагованих аналогів

**7. Модель у психології – це:**

А. сукупність теоретичних узагальнень, що відтворюють деякі сутнісні елементи системи-оригіналу

В. система об'єктів або знаків, що відтворюють деякі сутнісні властивості системи-оригіналу

С. сукупність теоретичних підходів до класифікації психологічних явищ за допомогою математичних прийомів

Д. сукупність емпіричних підходів до класифікації психологічних явищ за допомогою математичних прийомів

**8. Специфіка використання математичних методів у психології визначається ... природою її об'єктів**

А. статичною

В. функціональною

С. лінійною

Д. нелінійною

**9. Із погляду рівня математизації і залучення математичного апарату у психологічних дослідженнях розрізняють такі теорії:**

А. якісні, які побудовані без залучення математичного апарату

В. формальні, що побудовані як повноцінні математичні теорії (моделі)

С. формалізовані, у структурі яких використовують математичний апарат

Д. усі варіанти відповідей правильні

**10. До основних ознак наявності причинно-наслідкового зв'язку між явищами А і В відносять:**

А. розділеність причини і наслідку в часі і передування причини наслідку

В. наявність статистичного зв'язку між змінними

С. якщо експериментальна процедура виключає інші можливості пояснення зв'язків А і В, а також якщо інші альтернативні причини виникнення явища В відсутні

Д. усі варіанти відповідей правильні

**11. Емпіричні математичні моделі характеризуються тим, що:**

А. емпіричні дані слугують для розробки моделі

В. емпіричні дані слугують для перевірки гіпотез

С. емпіричні дані тут не використовуються

Д. усі варіанти відповідей неправильні

**12. За допомогою прогнозуючих емпіричних моделей передбачають:**

А. значення деякого внутрішнього критерію

В. значення деякого зовнішнього критерію

С. значення деякого побічного критерію

Д. усі варіанти відповідей правильні

**13. Пояснювальні аксіоматичні моделі – це:**

А. перелік аксіом, яким повинні відповідати емпіричні дані.

- В. перелік аксіом, за допомогою яких доводять теореми, що встановлюють існування й одиничність відповідних числових представлень.
- С. перелік тверджень, що не потребують доведень, які описують частину реальності
- Д. усі варіанти відповідей правильні
- 14. Стохастичне моделювання у психології відображає:**
- А. ймовірнісну природу соціально-психологічних процесів і явищ
- В. функціональну природу соціально-психологічних процесів і явищ
- С. незмінну природу соціально-психологічних процесів і явищ
- Д. усі варіанти відповідей правильні
- 15. Існують три основні види математичного моделювання:**
- А. аналітичне, системне, комбіноване
- В. аналітичне, продуктивне, комбіноване
- С. аналітичне, імітаційне, комбіноване
- Д. аналітичне, синхронне, комбіноване
- 16. Теоретичні дослідження у психології пов'язані із взаємодією з:**
- А. просторово-образним аналогом реальності
- В. знаково-символічним аналогом реальності
- С. формулами, моделями, схемами
- Д. усі варіанти відповідей правильні
- 17. Емпіричній стадії розвитку науки відповідає:**
- А. перший етап математизації
- В. другий етап математизації
- С. третій етап математизації
- Д. усі варіанти відповідей неправильні
- 18. Перший етап математизації психології пов'язаний з:**
- А. побудовою «загальних» математичних моделей
- В. розробкою «часткових» математичних моделей
- С. аналізом даних, які отримані на основі первинного осмислення
- Д. усі варіанти відповідей неправильні
- 19. Другий етап математизації психології пов'язаний з:**
- А. побудовою «загальних» математичних моделей
- В. розробкою «часткових» математичних моделей
- С. аналізом даних, які отримані на основі первинного осмислення
- Д. усі варіанти відповідей неправильні
- 20. Третій етап математизації психології пов'язаний з:**
- А. побудовою «загальних» математичних моделей
- В. розробкою «часткових» математичних моделей
- С. аналізом даних, які отримані на основі первинного осмислення
- Д. усі варіанти відповідей неправильні

**Завдання для виконання за результатами опрацювання теми:**

Опрацювавши зазначену літературу, ознайомитися з історичною логікою розвитку математичного апарату психології; методологічними основами

використання математики у психології; етапами математизації психології. Розглянути основні завдання курсу «Математичні методи в психології», особливості застосування математичної статистики та математичних методів у психології, а також класифікацію математичних моделей.

За результатами опрацювання теми підготувати реферативне повідомлення з однієї вибраної вами проблеми.

1. Межі застосування математичної статистики та математичних методів у психології.
2. Розвиток математичної психології.
3. Класифікація етапів математизації науки.
4. Математичні моделі: моделі вимірювання і моделі структур і процесів.
5. Теоретичні математичні моделі.
6. Емпіричні математичні моделі.
7. Математичні методи у фундаментальних і прикладних дослідженнях.
8. Особливості застосування математичної статистики та математичних методів у психології.
9. Математичні методи і валідність дослідження.
10. Методологічні проблеми застосування математичного апарату у психології.
11. Місце математико-статистичних методів у класифікації методів наукової психології.
12. Проблема коректності і необхідності застосування математики у психології.
13. Зв'язок між квантилями (процентилями, децилями, квінтилями, кватилями) розподілу.
14. Кореляційний аналіз як інструмент описової статистики.
15. Проблеми інтерпретації результатів кореляційного аналізу.
16. Властивості зваженого середнього арифметичного, середнього геометричного, середнього кубічного, середнього гармонійного.
17. Інформативність і значення нормованого відхилення (стандартизованої з-величини).
18. Степінь асиметрії розподілу частот у вибірці.

19. Ексцес як властивість розподілу.

20. Аналітичні форми подання даних дослідження.

### **Глосарій термінів навчального матеріалу:**

**Аналіз** – метод наукового дослідження об'єкта шляхом розгляду його окремих аспектів, складових частин.

**Закономірність** – повторюваність, послідовність і порядок змін у явищах.

**Імовірність** – міра об'єктивної можливості здійснення певних подій. Кількісно імовірність виражають відношенням кількості сприятливих наслідків до кількості можливих наслідків.

**Кількісні ознаки** – ознаки, що реєструються числом. Групувальна ознака може бути виражена числами по-різному. Одні ознаки виражаються тільки цілими числами. Така ознака зветься дискретною, або перервною. Інші ознаки можуть позначатися цілими і дробовими числами. Ці зміни ознаки називають безперервними.

**Класифікація** – різновид типологічних групувань, систематизований, заздалегідь встановлений поділ явищ і об'єктів на групи, класи, розряди, категорії, за якими проводиться зведення даних. Основою класифікації, як правило, є якісна ознака.

**Кореляція** – статистична залежність між випадковими величинами, що не має суто функціонального характеру, за якої зміна однієї з випадкових величин приводить до зміни математичного очікування іншої.

**Критична оцінка вихідних даних** – повнота, якість і вірогідність відповідності емпіричного матеріалу цілям і завданням дослідження.

**Матеріали спостереження** – це первинна статистична інформація, яка є основою для одержання узагальнених характеристик.

**Модель прогнозу** – модель, в якій зв'язність досліджуваних ознак означає, що реалізоване значення однієї з ознак дає змогу доволі добре передбачити значення іншої. При цьому може розрізнятися напрямленість зв'язку: добре передбачення значення однієї з досліджуваних змінних за значеннями іншої не завжди означає таку саму зворотну передбачуваність.

**Нелінійний зв'язок** – статистичний зв'язок між психологічними явищами, аналітично виражений рівнянням кривої лінії (параболи, гіперболи і т. ін.).

**Об'єкт статистичного спостереження** – сукупність суспільних та психологічних явищ і процесів, про які слід зібрати статистичні відомості.

**Об'єкт спостереження** – статистична сукупність, у якій виникають досліджувані соціально-психологічні явища і процеси.

**Обсяг сукупності** – кількість елементів сукупності.

**Ознака** – загальна властивість, характерна риса чи інша особливість одиниць сукупності, за якими можна вести статистичне спостереження або виміряти їх. Основна відмітна риса, особливість досліджуваного явища чи процесу.

**Опитування** – спосіб збирання статистичних даних, при якому відповіді на запитання формуляра записують зі слів опитуваної особи. Розрізняють три способи опитування: усне опитування; самореєстрація; кореспондентський спосіб.

**Помилка спостереження** – розбіжність між розрахунковим і дійсним значеннями досліджуваних величин. Вони властиві всім несучим спостереженням, оскільки, хоч як правильно проводився відбір одиниць сукупності, узагальнені показники відібраної частини завжди будуть якоюсь мірою відрізнятися від відповідних показників усієї сукупності.

**Статистична сукупність** – безліч одиниць, що володіють масовістю, однорідністю, визначеною цілісністю, взаємозалежністю станів окремих одиниць і наявністю варіації. Це сума об'єктів (подій, елементів, явищ тощо), які мають єдину якісну основу, але відрізняються певними ознаками. Найважливішою особливістю статистичної сукупності є однорідність, однакісність її елементів.

**Стохастичний зв'язок** – зв'язок, при якому кожному значенню ознаки відповідає певна множина значень ознаки «у», які утворюють так званий умовний розподіл. Якщо умовні розподіли замінюють одним параметром – середнім значенням  $u_s$ , то такий зв'язок називають кореляційним.

**Суцільне спостереження** – одержання інформації про всі одиниці досліджуваної сукупності. Також: спостереження, при якому закономірності й

характеристики визначають дослідженням всіх одиниць генеральної сукупності. Забезпечує найбільш повну інформацію про загальну кількість одиниць сукупності і дає вірогідні узагальнені статистичні характеристики явищ, що аналізуються.

**Точність статистичного спостереження** – ступінь відповідності величин якогось показника, отриманого за матеріалами статистичного спостереження, до дійсної його величини.

**Функціональний зв'язок** – зв'язок, при якому кожному значенню факторної ознаки (аргументу), що характеризує певне явище, в усіх випадках відповідає одне або кілька значень результативної ознаки (функції).

**Якісна ознака** – ознака, для якої неприродно застосовувати операцію додавання значень елементів сукупності. Наприклад, неприродно казати про сумарний зріст індивідумів сукупності.