ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА КАТЕГОРІЇ ТЕОРІЇ І ПРАКТИКИ ОБРОБКИ ДАНИХ

1 Фактори, ознаки, змінні

Фактор *– це рушійна сила, причина будь-якого процесу або явища, суттєва обставина в будь-якому процесі або явищі.*

Ознаки *– це характерні риси або якості предмету, процесу або явища.* Ознаки є статистичним еквівалентом властивостей, притаманних елементам сукупності. Кожний елемент сукупності характеризується багатьма ознаками, значення яких змінюються від елемента до елемента або від одного періоду до іншого. Ознака, яка набуває в межах сукупності різних значень, називається такою, що варіює, а відмінність, коливання значень ознаки – ***варіацією***.

Ознаки поділяються на ***кількісні*** і ***атрибутивні*** (описовими). Перші виражаються числами, другі – словесно.

Атрибутивні ознаки можуть бути чітко окреслені (стать, професія) та невизначені (твердження, думки).

Ознаки мають різний рівень вимірювання, що відображується у відповідних типах шкал.

Величини, які під дією зовнішнього впливу змінюють своє значення, називаються ***змінними***.

Змінні можливо вимірювати, контролювати, ними можливо маніпулювати в дослідженнях.

2 Статистичне спостереження

Проблема інформаційного забезпечення є першочерговою для будь-якої сфери діяльності.

Інформаційне забезпечення *– це сукупність відомостей про явища та процеси, які орієнтовані на певних споживачів*. З цієї точки зору ***інформація*** *– це продукт збирання та обробки даних, що має відповідне аналітичне призначення*.

Процес формування якісної інформаційної бази потребує чіткої спланованості першого етапу статистичного дослідження, яким є статистичне спостереження.

Статистичне спостереження *– це спланована, науково організована реєстрація масових даних про будь-які явища або процеси.*

Від інших методів збирання даних статистичне спостереження відрізняється характером, масовістю даних і способом їх отримання.

Залежно від рівня реєстрації, статистичні спостереження можуть бути первинними або вторинними.

Первинне статистичне спостереження *- це реєстрація даних, що надходять від об'єкту, який їх продукує.*

Вторинне статистичне спостереження *– це збирання раніше зареєстрованих та оброблених даних.*

Статистичні дані обов'язково мають визначеність, завдяки чому підлягають нагромадженню, зведенню та узагальненню. Останнє можливе за умов їх системності.

Від якості даних статистичного спостереження залежать результати подальшого дослідження. Тому вони мають відповідати певним вимогам.

1. вірогідність даних – відповідність даних реальному стану;
2. повнота даних за обсягом і по суті;
3. своєчасність даних;
4. порівнянність даних у часі або у просторі.

Статистичне спостереження здійснюється в три етапи:

1. підготовка спостереження;
2. реєстрація статистичних даних;
3. формування бази даних.

3 Шкали вимірювання.

Ознаки мають різний рівень вимірювання, що відображується у відповідних типах шкал. Тип шкали можна визначити допустимими перетвореннями її чисел або допустимими арифметичними діями з цими числами. Згідно з класифікацією шкал за рівнем вимірювання — від «слабкої» до «сильної» — вирізняють чотири їх типи:

- номінальна (категоріальна),
- порядкова (рангова),
- інтервальна,
- відносна.

Номінальна шкала — шкала найменувань. «Оцифрування» ознак цієї шкали виконується так, щоб подібним елементам відповідало одне і те саме число, а неподібним — різні числа. Очевидно, число відіграє роль символу. Для ідентифікації найменувань шкали використовуються натуральні числа 1, 2, 3, ... або певні числові коди.

Номінальні ознаки, які мають лише два протилежні значення (наприклад, задоволений/незадоволений), називають ***альтернативними***. Їх ідентифікують числами «1» або «0» залежно від наявності чи відсутності властивості.

Порядкова (рангова) шкала встановлює не лише відношення подібності елементів, а й відношення послідовності − порядку.

Це відношення типу «більше ніж», «краще ніж» і т.п. Кожній позначці шкали приписується число − ранг. Такими числами можуть бути: 1, 2, 3 ... ; 0, 25, 50, 75, 100; -2, -1, 0, 1, 2, тобто значення будь-якої монотонно зростаючої функції, що відповідають послідовності значень ознаки, не враховуючи відстань між ними.

Інтервальна шкала дозволяє не лише впорядковувати об’єкти вимірювання, але чисельно виражати та порівнювати різницю між змінними.

Відносна шкала є схожою на інтервальну, але її характерною ознакою є наявність точки абсолютного нуля.

За характером варіації ознаки інтервальної або відносної шкал поділяються на дискретні та неперервні.

Дискретні ознаки мають лише окремі цілочислові значення. ***Неперервні ознаки*** мають будь-які значення в межах певного інтервалу.

Відповідно до чотирьох шкал вимірювання існують чотири типи змінних.

4 Вибірка та її характеристики

Вибіркою *називають послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин.*

Функції розподілу випадкових величин

У випадкових експериментах нас часто цікавлять такі величини, що мають числове вираження. Наприклад, у кожної людини мається багато числових характеристик: ріст, вік, вага і т.д. Якщо ми вибираємо людину випадково (наприклад, із групи або з юрби), то випадковими будуть і величини зазначених характеристик. Щоб підкреслити ту обставину, що вимірювана за ходом досліду чисельна характеристика залежить від його випадкового результату і тому сама є випадкової, неї називають *випадковою величиною*.

Випадковою величиною, зокрема, є число, що випадає при киданні грального кубика. Випадкова сума, що випала при киданні двох гральних кубиків (а також їхня різниця, добуток і т.д.). Випадковою величиною треба вважати діаметр голівки заклепки, що виготовляється верстатом, кількість виборців у територіальній громаді, прибуток фірми за звітний період, тощо.

Часто говорять, що випадкова величина реалізується під час досліду. Якщо ужити це слово, то можна також сказати, що мають місце *реалізацій* цієї випадкової величини.

Кожна випадкова величина задає *розподіл імовірностей* на множині своїх значень.

Щоб дати повний математичний опис випадкової величини, необхідно вказати:

- ***множину її значень,***
- ***відповідний величині розподіл імовірностей на цій множині.***

У практичних задачах звичайно використовуються два види випадкових величин — *дискретні* і *безперервні.*

Для *дискретних випадкових величин* можливо перелічити (перенумерувати) усі їхні можливі значення. Таким чином, для завдання розподілу імовірностей, породжених дискретними випадковими величинами, треба тільки вказати імовірності кожного можливого значення цієї випадкової величини.

Випадкову величину називають ***дискретною****, якщо множина її можливих значень скінченна, або може бути рахункова.*

Множина називається *рахунковою*, якщо її елементи можливо пронумерувати натуральними числами.

Кожне можливе значення дискретної випадкової величини має додатну імовірність (іноді, допускають, що деякі значення можуть мати нульові імовірності, особливо коли розглядаються не один, а кілька дискретних розподілів одночасно). Щоб цілком описати дискретний розподіл імовірностей, потрібно указати всі значення, імовірності яких позитивні (точніше, можуть бути позитивні), і імовірності цих значень.

Однак не усі випадкові величини можуть бути описані так просто, як дискретні випадкові величини. Наприклад, час служби електричної лампочки може, у принципі, приймати будь-як значення від нуля до нескінченності (як добре відомо, ця множина не є рахунковою). І якщо передбачається, що лампочка була на початку справна, то імовірність того, що час її служби буде в точності дорівнює деякому значенню, буде дорівнювати нулеві. Ненульовими будуть імовірності тільки складних подій: наприклад, що час служби лампочки — від одного до двох місяців. Для подібних (так званих *безперервних)* випадкових величин ми не можемо задати їхній розподіл шляхом вказівки імовірностей кожного можливого значення, тому що всі ці імовірності дорівнюють нулеві. При описі таких випадкових величин використовуються інші засоби. Зокрема, якщо значеннями випадкової величини є дійсні числа, то розподіл випадкової величини цілком визначається її *функцією розподілу.*

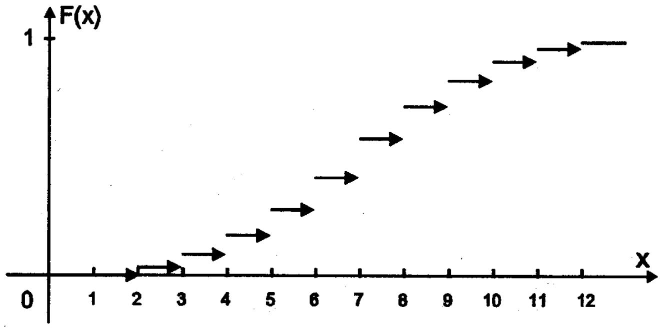
***Функцією розподілу F(x)** випадкової величини ξ називають*

$$F(x)=P(\xi\le x),$$

де ξ - випадкова величина, що приймає дійсні значення;

x - дійсне число.

Ясно, що функція *P(x)* монотонно зростає з ростом *x* (точніше сказати, (можуть існувати ділянки, на яких вона постійна)). У дискретної випадкової величини функція розподілу східчаста, вона зростає стрибком у тих точках, імовірності яких позитивні. Це крапки розриву *P(x).* На рис. приведений графік функції розподілу дискретної випадкової величини.



Графік функції розподілу дискретної випадкової величини

Для випадкової величини, що приймає дійсні значення, імовірність будь-якого окремого її значення дорівнює нулеві, але вона може бути описана через *функцію розподілу*.

*Випадкову величину, що приймає дійсні значення, називають **безперервною**, якщо безперервна її функцію розподілу.*

Безперервним у цьому випадку називають і відповідний розподіл імовірностей. Для безперервного розподілу імовірність кожного окремого значення випадкової величини дорівнює нулеві. На цьому і засноване протиставлення безперервних і дискретних розподілів - адже для останніх вся одинична імовірність розподілена кінцевими позитивними порціями. Для безперервних же вона як „розмита" по області визначення випадкової величини.

Наочніше безперервну випадкову величину можна представити тоді, коли її функція розподілу не тільки безперервна, але і диференціюєма (за винятком, може бути, кінцевого числа точок). У цьому випадку імовірності зв'язаних з даною випадковою величиною подій можна виразити за посередництвом так називаної *функції щільності імовірності.*

Є дві еквівалентних форми визначення щільності - ***інтегральна*** і ***диференціальна***.

Визначення щільності імовірності в інтегральній формі таке.

Функція p(t) називається щільністю ймовірності в точці (іноді — щільністю випадкової величини ξ), якщо для будь-яких чисел a, b (нехай a < b)

$$P(a < \xi < b) = \int_a^b p(x)dx$$

У диференціальній формі визначення щільності дана умова заміняється на наступну: для будь-якого $\Delta > 0$ і будь-якого дійсного t

$$P(t < \xi < t + \Delta t) = p(t)\Delta + \sigma(\Delta),$$

де $\sigma(\Delta)$ - мала (точніше, нескінченно мала) у порівнянні з Δ величина.

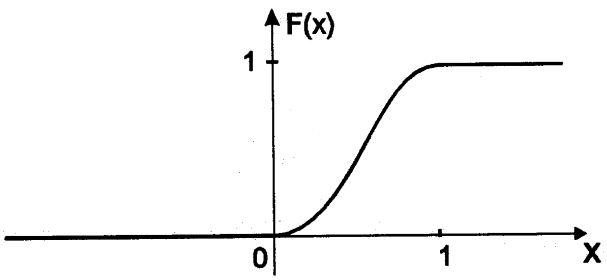
Наочний зміст другого з цих визначень полягає в тому, що імовірність, що приходиться на малий відрізок, виявляється приблизно пропорційній довжині цього відрізка, причому коефіцієнт пропорційності дорівнює значенню функції щільності імовірності в деякій точці цього відрізка.

Функція розподілу і щільність зв'язані співвідношеннями:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt, \qquad p(x) = F'(x).$$

Як правило, для застосування досить двох вищеописаних типів розподілів — дискретного і безперервного. Хоча можна зустрітися з розподілами, що представляють собою суміш двох цих типів, і навіть з більш складними.

Графік цієї функції зображений на рис.



Функція розподілу безперервної випадкової величини

Вибіркові характеристики

Основні властивості випадкових величин можуть бути описані більш просто за допомогою певних чисельних параметрів. Найбільшу роль серед них на практиці грають два параметри, що характеризують центр розсіювання (центр розподілу) випадкової величини і ступінь її розсіювання навколо цього центра. Найбільш розповсюдженою характеристикою центра розподілу є *математичне очікування* m_x випадкової величини X (яке часто називають також *генеральним середнім значенням*):

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Ступінь розсіювання випадкової величини X відносно m_x може бути охарактеризована за допомогою *генеральної дисперсії* σ_x^2:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx.$$

Якщо $f(x)$ в більшому ступені концентрується поблизу m_x, то значення σ_x^2 зменшуються. Якщо ж маються дуже віддалені від m_x значення випадкової величини X и для них $f(x)$ не занадто мала, то дисперсія σ_x^2 збільшується. Квадратний корінь з дисперсії σ_x^2 називається *середнім квадратичним відхиленням* σ_x:

$$\sigma_x = +\sqrt{\sigma_x^2}.$$

Співвідношення між середнє квадратичним відхиленням і математичним очікуванням називається коефіцієнтом варіації:

$$\nu_x = \frac{\sigma_x}{m_x}.$$

Перераховані вище характеристики випадкової величини спираються на знання закону її розподілу $F(x)$. Для практичних задач таке знання — рідкість. Тут закон розподілу звичайно невідомий, у кращому випадку він відомий з точністю до деяких невідомих параметрів.

В такому випадку одержати зведення про розподіл випадкової величини і його характеристик стає можливим, коли маються незалежні багаторазові повторення досліду, у якому ми вимірюємо значення потрібної випадкової величини.

Припустимо, що спостереження над випадковою величиною ξ можна повторювати незалежно та у незмінних умовах, одержуючи її незалежні реалізації $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Тоді $x_1, x_2, \ldots, x_n$ будуть незалежними однаково розподіленими випадковими величинами, тобто *вибіркою.* Знаючи величини $x_1, x_2, \ldots, x_n$ можливо побудувати приблизні значення для функції розподілу та інших характеристик випадкової величини ξ. Це і дозволяє вивчати властивості випадкових величин, не знаючи їхніх законів розподілу.

Вибірковою (емпіричною) функцією розподілу *випадкової величини* ξ, *побудованої по вибірці* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *називається функція* $F_n(x)$, *яка дорівнює частці таких значень* x_i, *що* $x_i \le x$, $i = 1, \ldots, n$.

Інакше кажучи, $F_n(x)$ є частота події $x_i \le x$ в ряду $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Для побудови вибіркової функції розподілу зручно від вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ перейти до варіаційного ряду $x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(n)}$.

Варіаційним рядом *називають вибірку, перенумеровану в порядку зростання.*

Зв'язок між емпіричною функцією розподілу і функцією розподілу (іноді, щоб підкреслити різницю, говорять про теоретичну функцію розподілу, що не цілком правильно, тому що ніякої теорії тут немає) заснована на теоремі Бернуллі. Вона така ж, як зв'язок між частотою події і його імовірністю. Встановлено, що вибіркова функція розподілу з ростом обсягу вибірки n рівномірно по x апроксимує теоретичну функцію розподілу.

На зазначеній вище властивості вибіркової функції розподілу засновані багато методів математичної статистики. Заміна функції розподілу $F(x)$ на її вибірковий аналог $F_n(x)$ у визначенні математичного очікування, дисперсії і т.п. приводять до *вибіркового середнього, вибірковій дисперсії* і т.д.

Середнім значенням вибірки (вибірковим середнім), *або вибірковим аналогом математичного очікування, називається величина*

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i .$$

Дисперсією вибірки (вибірковою дисперсією), *або вибірковим аналогом дисперсії, називається величина*

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 .$$

Однак у статистиці частіше як вибіркову дисперсію використовують

$$s_x^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 .$$

Важливою властивістю вибіркових характеристик є те, що усі вони сходяться до відповідних теоретичних характеристик при зростаючих обсягах вибірки.

У багатьох випадках наявні в нашому розпорядженні числові дані (наприклад, значення елементів вибірки) носять тією чи іншою мірою умовний характер. Наприклад, ці дані можуть бути тестовими балами, експертними оцінками, даними про смакові або політичні переваги опитаних людей і т.д. Аналіз таких даних вимагає особливої обережності, оскільки багато передумов класичних статистичних методів (наприклад, припущення про якому-небудь конкретний, скажемо нормальному, законі розподілу) для них не виконуються. Тверду основу для висновків тут дають тільки співвідношення між спостереженнями типу „менше”, тому що вони не міняються при зміні шкали вимірів. Наприклад, при аналізі анкет з даними про симпатії виборців до політичних діячів ми можемо сказати, що політик, що одержав більший бал в анкеті, більш симпатичний людині, що відповідав на питання, (респондентові), чим політик, що одержав менший бал. Але на скільки (або в скільки раз) він більш симпатичний, сказати не можна, тому що для переваг немає об'єктивної одиниці виміру.

У подібних випадках, має сенс узагалі відмовитися від аналізу, конкретних значень даних, а досліджувати тільки інформацію про їх взаємну упорядкованості. Для цього від вихідних числових даних здійснюють перехід до їх *рангів.*

Рангом спостереження *називають той номер, який одержить це спостереження в упорядкованій сукупності всіх даних — після їхнього упорядкування за визначеним правилом (наприклад, від менших значень до більших або навпаки).*

Процедура переходу від сукупності спостережень до послідовності їхніх рангів називається ***ранжируванням****. Результат ранжирування називається* ***ранжировкою.***

Статистичні методи, у яких висновки про дані виконуються на підставі їхніх рангів, називаються ранговими. Вони одержали широке поширення, тому що надійно працюють при дуже слабких припущеннях про вихідні дані (не вимагаючи, наприклад, щоб ці дані мали який-небудь конкретний закон розподілу).

Методи описової статистики

У практичних задачах ми звичайно маємо сукупність спостережень на основі яких потрібно зробити ті або інші висновки. Часто цих спостережень багато — кілька десятків, сотень або тисяч, так що виникає задача компактного опису наявних спостережень. В ідеалі таким описом могло б бути твердження, що $x_1, x_2, \ldots, x_n$ є вибіркою, тобто незалежними реалізаціями випадкової величини ξ з відомим законом розподілу $F(x)$. Це дозволило б теоретично провести розрахунки всіх необхідних досліднику характеристик явища, що спостерігається.

Однак далеко не завжди ми можемо стверджувати, що $x_1, x_2, \ldots, x_n$ є незалежними та однаково розподіленими випадковими величинами. По-перше, це не так-те просто перевірити (для підтвердження цього потрібні значні обсяги спостережень і спеціальні, часом численні, тести). А по-друге, часто свідомо відомо, що це не так. Тому для компактного опису сукупності спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ використовують інші методи — методи описової статистики.

Методами описової статистики *прийнято називати методи опису вибірок* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *за допомогою різних показників і графіків.*

Корисність методів описової статистики полягає в тому, що трохи простих і досить інформативних статистичних показників здатні позбавити нас від перегляду сотень, а часом і тисяч, значень вибірки.

Показники описової статистики. Показники, що описують вибірку, можна розбити на кілька груп.

1. *Показники положення* описують положення даних на числовій осі. Приклади таких показників — мінімальний і максимальний елементи вибірки (перший і останній член варіаційного ряду), верхній і нижній квартілі (вони обмежують зону, в яку попадають 50% центральних елементів вибірки), зведення про середину сукупності можуть дати вибіркове середнє значення, вибіркова медіана та інші аналогічні характеристики.
2. *Показники розкиду* описують ступінь розкиду даних відносно свого центра. До них у першу чергу відносяться: дисперсія вибірки, стандартне відхилення, розмах вибірки, стандартне відхилення, розмах вибірки (різниця між максимальним і мінімальним елементами) т.п. Ці показники говорять, наскільки купчасто основна маса даних групується біля центра.
3. *Показники асиметрії* – відповідають на питання про симетрії розподілу даних біля свого розподілу даних біля свого центра. До неї можна віднести: коефіцієнт асиметрії, положення вибіркової медіани щодо вибіркового середнього і щодо вибіркових, гістограму і т.д.
4. *Показники, що описують закон розподілу.* Четверта група показників описової статистики дає представлення власне про закон розподілу даних. Сюди відносяться графіки гістограми та емпіричної функції розподілу, таблиці частот.

З перерахованих вище характеристик на практиці за традицією найчастіше використовуються вибіркове середнє, медіана і дисперсія (або середнє квадратичне відхилення). Однак для одержання більш точних і достовірних висновків доцільно вивчати та інші, а також звертати увагу на умови одержання вибіркових сукупностей. Особливу увага варто звернути на наявність у вибірці викидів — грубих (помилкових) значень, що сильно відрізняються від основний маси, спостережень.

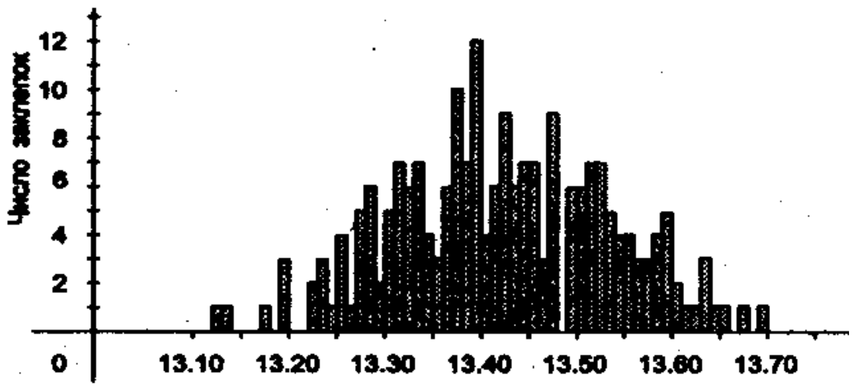
Наявність викидів, тобто грубих (помилкових) спостережень, може не тільки сильно спотворити значення вибіркових показників — вибіркового середнього, дисперсії, стандартного відхилення і т.д., — але і привести до помилкових висновків. Справа в тім, що більшість традиційних статистичних методів досить відчутно до відхилень від умов застосовності методу. В останні два десятиліття інтенсивно розвиваються статистичні методи, що - , стійкі до викидів і інших відхилень, але вони ще не одержали широкого поширення на практиці, за винятком рангових процедур для найбільш стандартних задач. Почасти причиною тут є значна обчислювальна складність цих методів, через що їхнє застосування неможливе без використання спеціальних комп'ютерних програм.

Іноді більш наочний опис даних досягається шляхом *групування* спостережень у класи. Під *групуванням*, або *класифікацією*, ми будемо розуміти деяку розбивку інтервалу, що містить усі n спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ на m інтервалів, які будемо називати *інтервалами групування.* Довжини інтервалів позначимо через $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_m$, а середини інтервалів угруповання — через $t_1, t_2, \ldots, t_m$. Число спостережень n_{ij} j-му інтервалі групування дорівнює кількості x_i, що задовольняють нерівності

$$\left|x_i - t_j\right| < \frac{\Delta_j}{2}.$$

Визначимо величину $h_j = n_j/n$, що означає частоту влучення спостережень j-ий інтервал групування

Графічне зображення залежності частоти влучення елементів вибірки від відповідного інтервалу групування називається ***гістограмою вибірки***.



Гістограма

5 Статистичні гіпотези

У багатьох випадках нам потрібно на основі тих або інших даних вирішити, чи справедливо деяке судження. Наприклад, чи вірно, що два набори даних виходять з того самого джерела? Що від будинку до роботи швидше доїхати на метро, а не на автобусі, і т.д. Якщо ми вважаємо, що вихідні дані для таких суджень тією чи іншою мірою носять випадковий характер, то і відповіді можна дати лише з визначеним ступенем упевненості, і мається деяка імовірність помилитися. Наприклад, запропонувавши двом персонам А и В вистрілити по трьох разу в мішень і оглянувши результати стрілянини, ми лише приблизно можемо сказати, хто з них кращий стрілець: адже можливо, що переможцеві просто повезло, і він за чистою випадковістю стріляв набагато точніше, ніж звичайно, або навпаки, що не повезло, тому що він стріляв набагато гірше чим звичайно. Тому при відповіді на подібні питання хотілося б не тільки вміти приймати найбільш обґрунтовані рішення, але і оцінювати імовірність помилковості прийнятого рішення.

Розгляд таких задач у строгій математичній постановці приводить до поняття *статистичної гіпотези.*

Статистична гіпотеза — це певне припущення щодо властивостей генеральної сукупності, яке можна перевірити, спираючись на результати вибіркового спостереження.

Можна виділити наступні основні види висловлюваних у ході статистичної обробки даних гіпотез:

- про тип закону розподілу досліджуваної випадкової величини;
- про однорідність двох чи декількох оброблюваних вибірок або деяких характеристик аналізованих сукупностей;
- про числові значення досліджуваної генеральної сукупності;
- про тип залежності між компонентами досліджуваної багатомірної ознаки;
- про незалежність і стаціонарність оброблюваного ряду спостережень.

Припущення може бути як про конкретний закон розподілу (наприклад: «дані є вибіркою з нормального закону з заданими параметрами»), так і про приватні характеристики розподілу, таких як симетрія, приналежність до визначеного типу, про значення параметрів і т.д. Відповідно розрізняють прості і складені (складні) гіпотези:

- *проста гіпотеза* цілком задає розподіл імовірностей;
- *складна гіпотеза* вказує не один розподіл, а деяка безліч розподілів.

Суть перевірки гіпотез полягає в тому, щоб визначити, узгоджуються чи ні результати вибірки з гіпотезою, випадковими чи невипадковими є розбіжності між гіпотезою і даними вибірки.

Найчастіше гіпотеза, яку належить перевірити, формулюється як відсутність розбіжності (*нульова розбіжність*) між невідомим параметром генеральної сукупності G і заданою величиною A, а тому її позначають Ho. Зміст гіпотези записують після двокрапки, наприклад Ho: $G = A$.

Кожній *нульовій гіпотезі* протиставляють *альтернативну* Ha. При формулюванні Ho враховується вагомість відхилень $(G - A)$: для додатних відхилень Ho: $G > A$, для від'ємних — Ho: $G < A$, для тих і інших — Ho: G Ф A.

Якщо вибіркові дані суперечать гіпотезі Ho, вона відхиляється, коли ці дані узгоджуються з гіпотезою Ho, вона не відхиляється.

Спираючись на результати вибірки, статистична перевірка гіпотез неминуче пов'язана з ризиком прийняття помилкового рішення:

- *ризик I (помилка 1-го роду)* — відхилення правильної нульової гіпотези,
- *ризик II (помилка 2-го роду)* — невідхилення нульової гіпотези, коли насправді прави-

льною є альтернативна.

Ці ризики конкуруючі, і зменшення ймовірності одного зумовлює збільшення ймовірності іншого. Оскільки уникнути ризиків неможливо, а наслідки їх, як правило, різновагомі, то в кожному конкретному дослідженні прагнуть мінімізувати той ризик, який пов'язаний з більшими втратами.

6 Статистичні критерії.

Правило, за яким гіпотеза Но відхиляється або не відхиляється (приймається), називається ***статистичним критерієм.***

Математичною основою будь-якого критерію є статистична характеристика Z, значення якої визначається за даними вибірки, а закон розподілу відомий. Кожне значення характеристики Z має певну ймовірність *F(Z).* Якщо вибіркове значення Z малоймовірне, гіпотеза *Но* відхиляється.

Межу малоймовірності Z називають ***рівнем істотності α***. Очевидно, що α - це ймовірність помилки 1-го роду (ризику І), а тому залежно від змісту гіпотези *Но* і наслідків її відхилення рівень істотності визначають у кожному конкретному дослідженні. Зазвичай вибирають один із рівнів а, для яких табульовані значення статистичних характеристик критеріїв - 0,10; 0,05; 0,025; 0,01.

Імовірність зробити помилку другого роду позначається β. Величина 1-β називається *потужністю критерію;* вона дорівнює імовірності відкинути невірну гіпотезу.

Найчастіше безліч можливих значень критерію належить деякому інтервалу. Інтервалом є і критична область. Граничні точки критичної області називаються *критичними точками.* Критичні точки вибираються таким чином, щоб при зворотньому рівні значимості α потужність критерію (1-β) була *найбільшою.*

Можливі три види розташування критичної області (в залежності від виду нульової та альтернативної гіпотез, виду і розподілу статистичного критерію □):

1) правобічна критична область, що складається з інтервалу $\left(\chi^{кр}_{пр,\alpha}, +\infty\right)$, де точка $\chi^{кр}_{пр,\alpha}$ визначається з умови:

$$P\left(\rho > \chi^{кр}_{пр,\alpha}\right) = \alpha$$

і називається *правобічною критичною точкою, що* відповідає рівню значимості □;

2) лівостороння критична область, що складається з інтервалу $\left(-\infty, \chi^{кр}_{лев,\alpha}\right)$, де точка

$\chi^{кр}_{лев,\alpha}$ визначається з умови:

$$P\left(\rho<\chi^{кр}_{лев,\alpha}\right)=\alpha$$

і називається *лівосторонньою критичною точкою, що* відповідає рівню значимості α;

3) двостороння критична область, що складається з наступних двох інтервалів: $\left(-\infty;\chi^{кр}_{лев,\alpha/2}\right)$ і $\left(\chi^{кр}_{пр,\alpha/2};+\infty\right)$, де точки $\chi^{кр}_{лев,\alpha/2}$ і $\chi^{кр}_{пр,\alpha/2}$ визначаються з умов:

$$P\left(\rho<\chi^{кр}_{лев,\alpha/2}\right)=\alpha/2 \text{ і } P\left(\rho>\chi^{кр}_{пр,\alpha/2}\right)=\alpha/2$$

і називаються *двосторонніми критичними точками.*